Durée : 1h30 Le 25/05/2014

CONTRÔLE FINAL
THÉORIE DES LANGAGES

Questions de cours (5 pts)

1. Qu'est ce qu'un langage ambigu ?
2. Soit L, M et N trois langages. Quand est-ce qu'on peut écrire : $L+M \subseteq L+N$?
3. Une grammaire définit un seul langage ou plusieurs langages ?
4. Pourquoi une grammaire de type 3 (régulière) est aussi de type 2 (hors-contexte) ?
5. Pour les langages réguliers, triez les opérateurs suivants par ordre décroissant de priorité (union '+', itération '*', concaténation '.').

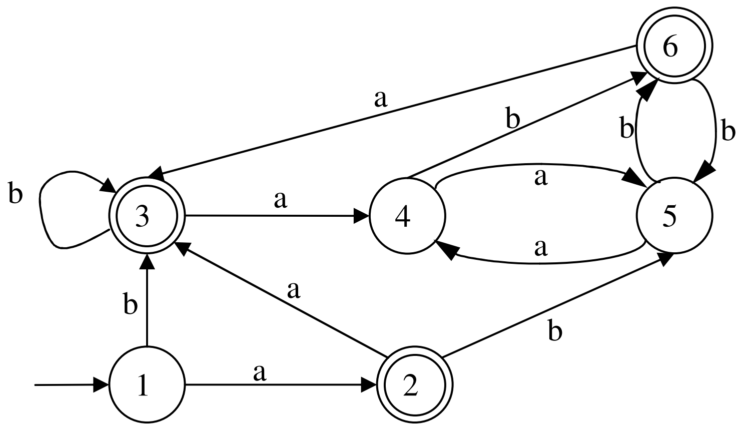
Exercice 01 (5.5 pts)

Soit le langage **L** représenté par l'expression régulière suivante: **a(b|bc)*c**

1. Proposer un automate d'états fini non déterministe **A1** qui reconnait le langage **L**.
2. Donner un automate d'états fini déterministe **A2** équivalent à **A1**. (2.5 pts)

Exercice 02 (5.5 pts)

Soit l'automate d'états fini **A = <{1,2,3,4,5,6}, {a,b}, δ, 1, {2,3,6}>** représenté graphiquement comme suit :



1. Donnez les propriétés de cet automate (déterministe ou non, complet ou non, connecté ou non). (1 pt)
2. Minimisez cet automate. (4.5 pts)

Exercice 03 (4 pts)

Soit l'automate à pile **AP = <Q, T, X, δ, 0, z, F>** défini comme suit:
X = {a, b, z}, Q = {0, 1, 2}, T = {a, b}, F = {2}
La fonction de transitions δ est définie par le tableau suivant :

(q, α)	**δ(q, ε, α)**	**δ(q, a, α)**	**δ(q, b, α)**
(0, z)	∅	{(0, az)}	{(0, bz)}
(0, a)	∅	{(0, aa), (1, ε)}	{(0, ba)}
(0, b)	∅	{(0, ab)}	{(0, bb), (1, ε)}
(1, a)	∅	{(1, ε)}	∅
(1, b)	∅	∅	{(1, ε)}
(1, z)	{(2, ε)}	∅	∅

1. Dessinez le graphe de transition de cet automate à pile **AP**. (3 pts)
2. Quel est le langage généré par cet automate **L(AP)** ? (1 pt)

Bonne chance…

NB: Le corrigé type vous le trouverez sur le site :
http://fac-sciences.univ-batna.dz/cs/enseignants/guezouli_larbi_site/

Correction du contrôle final
Théorie des langages

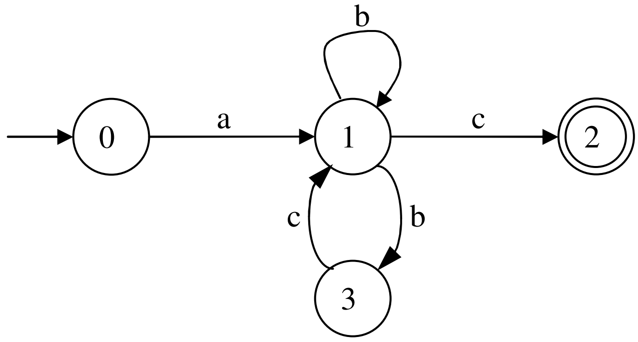
Questions de cours (5 pts)

1. Qu'est ce qu'un langage ambigu ?
Réponse :
On ne peut pas dire qu'un langage est ambigu, parce que souvent on peut transformer une grammaire ambigüe en une autre non ambigüe qui génère le même langage.
2. Soit L, M et N trois langages. Quand est-ce qu'on peut écrire : $L+M \subseteq L+N$?
Réponse :
$M \subseteq N \Rightarrow L+M \subseteq L+N$ (propriété de croissance).
3. Une grammaire définit un seul langage ou plusieurs langages ?
Réponse :
Une grammaire définit un seul langage.
4. Pourquoi une grammaire de type 3 (régulière) est aussi de type 2 (hors-contexte) ?
Réponse :
Les règles d'une grammaire de type 3 ont l'un des deux formes : $A \rightarrow uB$ ou $A \rightarrow Bu$ ou $A \rightarrow u$. Dans les 3 cas nous avons la partie gauche est un non terminal, et c'est la caractéristique des grammaires de type 2.
5. Pour les langages réguliers, triez les opérateurs suivants par ordre décroissant de priorité (union '+', itération '*', concaténation '.').
Réponse :
Priorité (*) > Priorité (.) > Priorité (+).

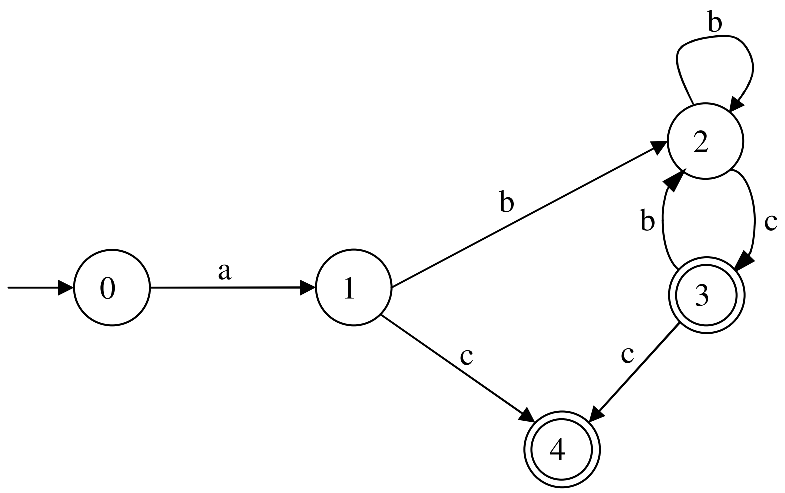
Exercice 01 (5.5 pts)

Soit le langage **L** représenté par l'expression régulière suivante: **a(b|bc)*c**

1. Proposer un automate d'états fini non déterministe **A1** qui reconnait le langage **L**.
(3 pts)
Réponse :
L'automate non déterministe A1 = <{0,1,2,3}, {a,b,c}, δ, 0, {2}> :

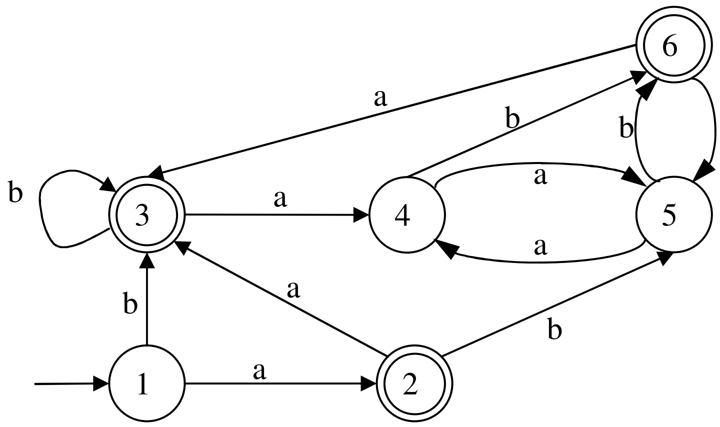


2. Donner un automate d'états fini déterministe **A2** équivalent à **A1**.
(2.5 pts)
Réponse :
L'automate déterministe A2 = <{0,1,2,3,4}, {a,b,c}, δ, 0, {3,4}> :



Exercice 02 (5.5 pts)

Soit l'automate d'états fini **A = <{1,2,3,4,5,6}, {a,b}, δ, 1, {2,3,6>** représenté graphiquement comme suit :



1. Donnez les propriétés de cet automate (déterministe ou non, complet ou non, connecté ou non).
   (1 pt)

Réponse :
Cet automate est déterministe, complet et connecté.

2. Minimisez cet automate.
   (4.5 pts)

Réponse :
Minimisation de l'automate :

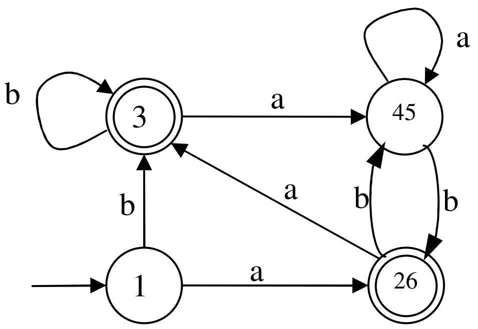
	1	2	3	4	5	6
6	X			X	X	
5		X	X			
4		X	X			
3	X					
2	X					
1						

Appliquons la **règle de base** : Si ($p \in F \wedge q \notin F$) $\vee$ ($p \notin F \wedge q \in F$) alors p et q ne sont pas équivalents.

Il reste les cases (1,4), (1,5), (2,3), (2,6), (3,6), (4,5) vides.
Appliquons la **règle par induction** : Si $(r, s) = (\delta(p,a), \delta(q,a))$ et r, s ne sont pas équivalents alors p, q ne sont pas équivalents.
(1,4) : $(\delta(1,a), \delta(4,a)) = (2,5)$ non équivalents $\Rightarrow$ (1,4) non équivalents.
(1,5) : $(\delta(1,a), \delta(5,a)) = (2,4)$ non équivalents $\Rightarrow$ (1,5) non équivalents.
(2,3) : $(\delta(2,a), \delta(3,a)) = (3,4)$ non équivalents $\Rightarrow$ (2,3) non équivalents.
(2,6) : $(\delta(2,a), \delta(6,a)) = (3,3)$ inconnu.
$(\delta(2,b), \delta(3,b)) = (5,5)$ inconnu.
(3,6) : $(\delta(3,a), \delta(6,a)) = (4,3)$ non équivalents $\Rightarrow$ (3,6) non équivalents.
(4,5) : $(\delta(4,a), \delta(5,a)) = (5,4)$ Inconnu.

	1	2	3	4	5	6
6	X		X	X	X	
5	X	X	X			
4	X	X	X			
3	X	X				
2	X					
1						

Les cases (2,6) et (4,5) restent vides, donc les états 4 et 5 sont équivalents, et 2 et 6 sont aussi équivalents.
Nous pouvons maintenant **fusionner** les états 4 et 5 ensemble et 2 et 6 ensemble.
Après fusion:



Exercice 03 (4 pts)

Soit l'automate à pile **AP = <Q, T, X, δ, 0, z, F>** défini comme suit:
X = {a, b, z}, Q = {0, 1, 2}, T = {a, b}, F = {2}
La fonction de transitions δ est définie par le tableau suivant :

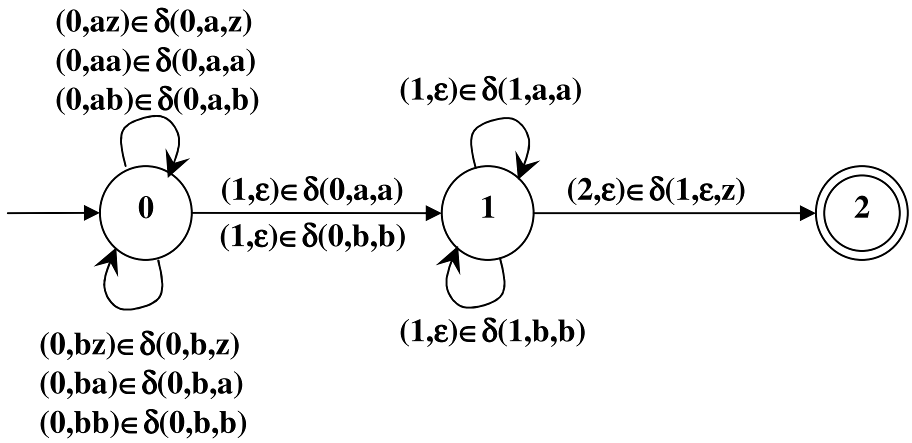
(q, α)	**δ(q, ε, α)**	**δ(q, a, α)**	**δ(q, b, α)**
(0, z)	∅	{(0, az)}	{(0, bz)}
(0, a)	∅	{(0, aa), (1, ε)}	{(0, ba)}
(0, b)	∅	{(0, ab)}	{(0, bb), (1, ε)}
(1, a)	∅	{(1, ε)}	∅
(1, b)	∅	∅	{(1, ε)}

(1, z)	{(2, ε)}	∅	∅

1. Dessinez le graphe de transition de cet automate à pile **AP**.

(3 pts)

Réponse :



2. Quel est le langage généré par cet automate **L(AP)** ?

(1 pt)

Réponse :

Le langage $L(AP) = \{w\overline{w}, w \in T^* \text{ et } |w| \neq 0\}$

tel que $\overline{w}$ et le miroir de w. (exp. $\overline{abc} = cba$).