

## Contrôle final 5<sup>ème</sup> année ingénieur

### Exercice 01 (4 pts)

On veut détecter tous les passages de **0** à **1** et de **1** à **0** dans une séquence de **1** et de **0**.

Le système à concevoir possède donc une entrée **e** (qui commence toujours par 0) et une sortie **s** qui prend la valeur 1 après tout passage de **e** de 0 à 1 ou de 1 à 0.

Exemple :

$e = 00110111001000$

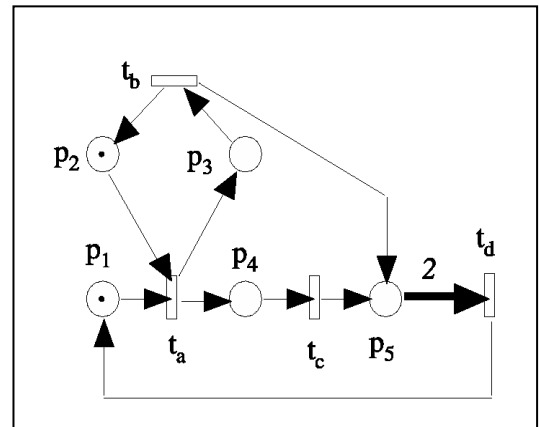
$s = 0101100101100$

Donner l'automate d'états finis qui modélise ce système (définition formelle + graphe).

### Exercice 02 (4 pts)

Soit le réseau de Petri suivant de la figure suivante.

- Appliquez les règles de réduction à ce réseau (bien justifier les règles). [2 pts]
- Pour le marquage donné, est-ce que le réseau réduit est k-borné ? vivant ? réinitialisable ? (Dites pourquoi) [2 pts]



### Exercice 03 (8 pts)

#### Modélisation d'un système de communication pipeline par réseaux de Petri

1. Un système de communication constitué de 3 programmes informatiques  $Pg_1$ ,  $Pg_2$  et  $Pg_3$  qui fonctionnent de la manière suivante :

- Un programme permet de traiter un seul paquet de données.
- Le résultat de l'exécution du programme  $Pg_1$  est un paquet de données déposé dans une mémoire (appelée  $buffer_1$ ).
- Le programme  $Pg_2$  récupère les données du  $buffer_1$  et fera un second traitement du paquet de données. Une fois ce traitement terminé, le paquet est déposé dans une deuxième mémoire (appelée  $buffer_2$ ).
- $buffer_2$  est en entrée du programme  $Pg_3$  qui fera un troisième traitement du paquet de données. Une fois ce traitement terminé, le paquet est envoyé définitivement sur la ligne de transmission qui ne sera pas modélisée.

Représenter le fonctionnement du système de communication par un réseau de Petri ordinaire (représentation formelle et graphique). On prendra soin de préciser la signification des places et des transitions. [3,5 pts]

2. Le programme  $Pg_2$  est modifié de façon à pouvoir traiter simultanément 2 paquets. Comment obtenir un nouveau RdP ordinaire qui prend en compte cette modification sans ajouter ni place ni transition, ni arcs ? [1 pts]

3. Représenter le fonctionnement de ce dernier RdP par un réseau de Petri coloré (représentation fonctionnelle et graphique) dont on précisera la signification des couleurs et des fonctions associées aux arcs qui ont un sens. [3,5 pts]

**Exercice 04 (4 pts)**

Soit le réseau de Petri temporel suivant :

RdPT =  $\langle P, T, Pre, Post, I_s \rangle$

avec :

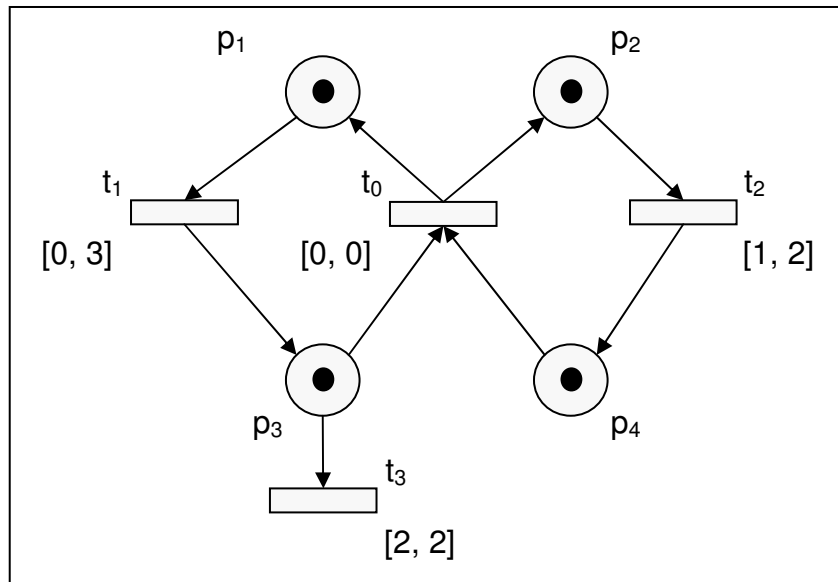
$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$

$T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$

$I_s : T \rightarrow I^+$

avec :  $I_s(t_0) = [0, 0]$   $I_s(t_1) = [0, 3]$   $I_s(t_2) = [1, 2]$   $I_s(t_3) = [2, 2]$

La représentation graphique de ce réseau est comme suit :



Etablir le graphe de temps montrant les intervalles de franchissement des transitions.

**Correction du contrôle final**  
**5<sup>ème</sup> année ingénieur**

**Exercice 01 (4 pts)**

On veut détecter tous les passages de **0** à **1** et de **1** à **0** dans une séquence de **1** et de **0**.

Le système à concevoir possède donc une entrée **e** (qui commence toujours par 0) et une sortie **s** qui prend la valeur 1 après tout passage de **e** de 0 à 1 ou de 1 à 0.

Exemple :

e = 0 0 1 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0

s = 0 1 0 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0

Donner l'automate d'états finis qui modélise ce système (définition formelle + graphe).

**Correction exercice 01 :**

L'automate d'états finis  $A = \langle E, \Sigma, e_0, E_f, \delta \rangle$

Avec :

$E = \{0, 1\}$

Ensemble des états qui représente les chiffres de **e**.

$\Sigma = \{0, 1\}$

Ensemble des symboles (alphabet) qui représente les chiffres de la sortie **s**.

$e_0 = 0$

L'état initial

$E_f = \{0, 1\}$

Ensemble des états finaux

$\delta : E \times \Sigma \rightarrow E_f$

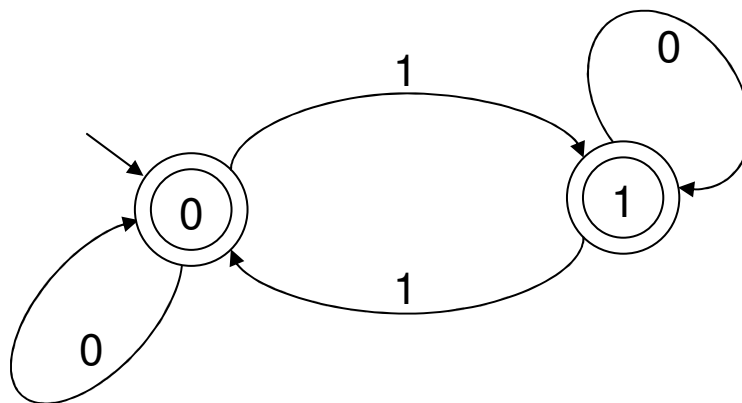
Fonction de transition

tel que :  $\delta(0, 0) = 0$

$\delta(0, 1) = 1$

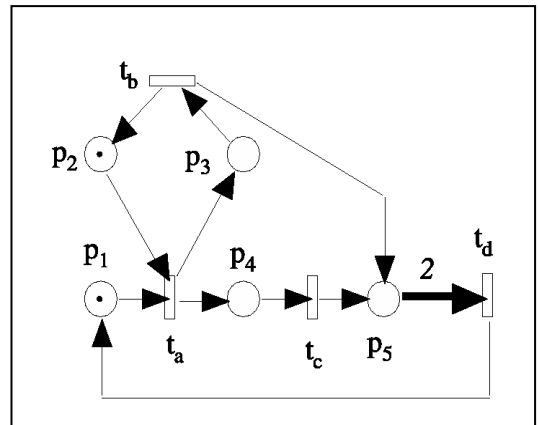
$\delta(1, 1) = 0$

$\delta(1, 0) = 1$



**Exercice 02 (4 pts)**

Soit le réseau de Petri suivant de la figure suivante.



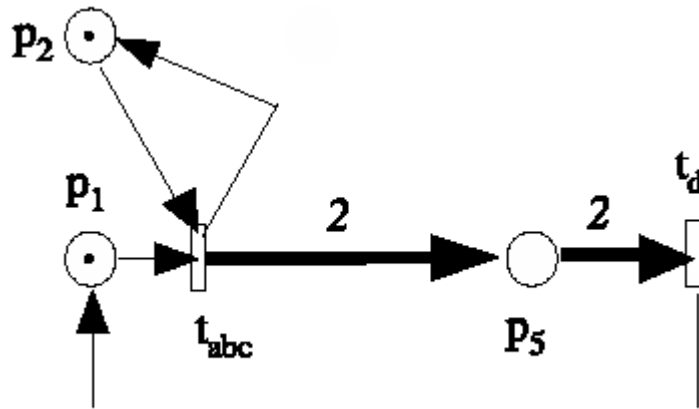
- Appliquez les règles de réduction à ce réseau (bien justifier les règles). [2 pts]
- Pour le marquage donné, est-ce que le réseau réduit est k-borné ? vivant ? réinitialisable ? (Dites pourquoi) [2 pts]

**Correction de l'exercice 02**

Les places  $p_3$  et  $p_4$  sont substituables car :

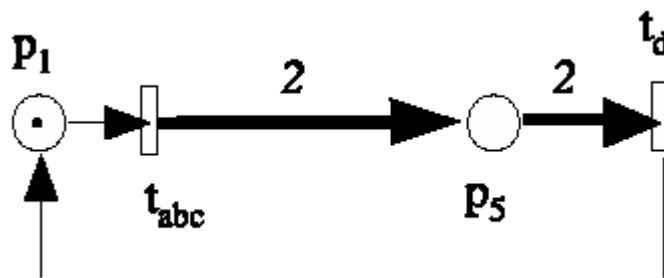
- Les transitions de sortie  $t_b$  et  $t_c$  n'ont aucune autre place en entrée que  $p_3$  et  $p_4$
- Il n'existe pas de transition qui soit à la fois en entrée et en sortie de  $p_3$  et  $p_4$
- Au moins une transition en sortie de  $p_3$  et  $p_4$  (qui sont  $t_b$  et  $t_c$ ) n'est pas une transition puit

Nous obtenons après l'élimination de ces deux places le réseau de Petri suivant :

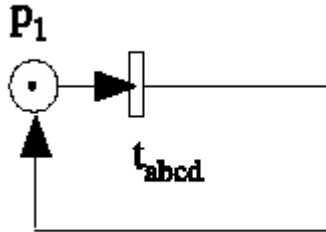


**Attention** à l'apparition de la valuation « 2 » sur l'arc reliant la transition  $t_{abc}$  à la place  $p_5$ . Il résulte de la fusion de l'arc reliant  $t_b$  à  $p_5$  avec l'arc reliant  $t_c$  à  $p_5$ . Deux jetons sont effectivement produits dans la place  $p_5$  par le franchissement de la séquence «  $t_a; t_b; t_c$  ».

Maintenant, la place  $p_2$  est implicite car elle n'est reliée au reste du réseau de Petri que par une boucle élémentaire. Elle peut donc être éliminée, ce qui donne le réseau de Petri suivant :



Maintenant la place  $p_5$  est substituable puisque la transition de sortie  $t_d$  n'a aucune autre place en entrée, il n'existe pas de transition qui soit à la fois en entrée et en sortie de  $p_5$  et au moins une transition en sortie de  $p_5$  (qui est  $t_d$ ) n'est pas une transition puit. La suppression de  $p_5$  donne le réseau suivant :



Le réseau de Petri réduit est :

- **k-borné** car la place  $p_1$  est k-bornée (elle aura au maximum un seul jeton c à d binaire).
- **Vivant** car la transition  $t_{abcd}$  est quasi-vivante pour tout marquage accessible à partir de  $M_0$  et elle est vivante car il existe toujours un marquage accessible qui permet de la franchir.
- **Réinitialisable** car le marquage initial  $M_0$  est accessible à partir de tout marquage.

### Exercice 03 (8 pts)

#### Modélisation d'un système de communication pipeline par réseaux de Petri

1. Un système de communication constitué de 3 programmes informatiques  $Pg_1$ ,  $Pg_2$  et  $Pg_3$  qui fonctionnent de la manière suivante :
  - Un programme permet de traiter un seul paquet de données.
  - Le résultat de l'exécution du programme  $Pg_1$  est un paquet de données déposé dans une mémoire (appelée  $buffer_1$ ).
  - Le programme  $Pg_2$  récupère les données du  $buffer_1$  et fera un second traitement du paquet de données. Une fois ce traitement terminé, le paquet est déposé dans une deuxième mémoire (appelée  $buffer_2$ ).
  - $buffer_2$  est en entrée du programme  $Pg_3$  qui fera un troisième traitement du paquet de données. Une fois ce traitement terminé, le paquet est envoyé définitivement sur la ligne de transmission qui ne sera pas modélisée.

Représenter le fonctionnement du système de communication par un réseau de Petri ordinaire (représentation formelle et graphique). On prendra soin de préciser la signification des places et des transitions. [3,5 pts]

2. Le programme  $Pg_2$  est modifié de façon à pouvoir traiter simultanément 2 paquets. Comment obtenir un nouveau RdP ordinaire qui prend en compte cette modification sans ajouter ni place ni transition, ni arcs ? [1 pts]
3. Représenter le fonctionnement de ce dernier RdP par un réseau de Petri coloré (représentation fonctionnelle et graphique) dont on précisera la signification des couleurs et des fonctions associées aux arcs qui ont un sens. [3,5 pts]

#### Correction exercice 03

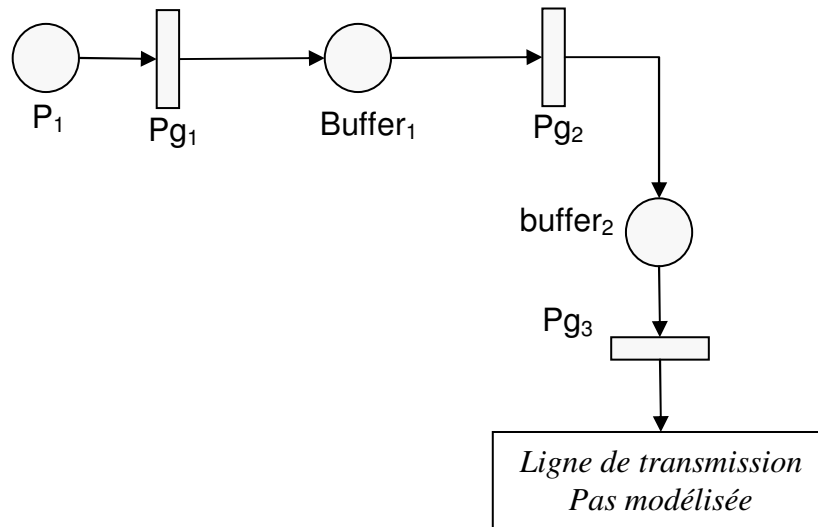
1. Le RdP qui représente le système de communication est le suivant :

RdP =  $\langle P, T, Pre, Post \rangle$

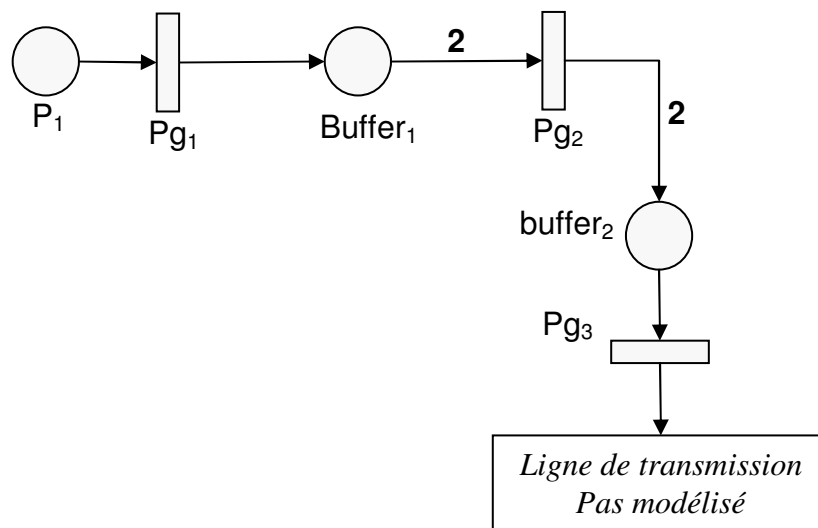
avec :

$P = \{P_1, \text{Buffer}_1, \text{buffer}_2\}$

$T = \{Pg_1, Pg_2, Pg_3\}$



2. Le  $Pg_2$  traite simultanément 2 paquets :



3. Le système modélisé par un RdP coloré :

$Rc = \langle P, T, \text{Coul}, \text{Csec} \rangle$

avec :

$P = \{P_1, P_2, P_3\}$

$T = \{t_1, t_2, t_3\}$

$\text{Coul} = \{Pg_1, Pg_2, Pg_3\}$

$\text{Csec}(P_1) = \{Pg_1, Pg_2, Pg_3\}$

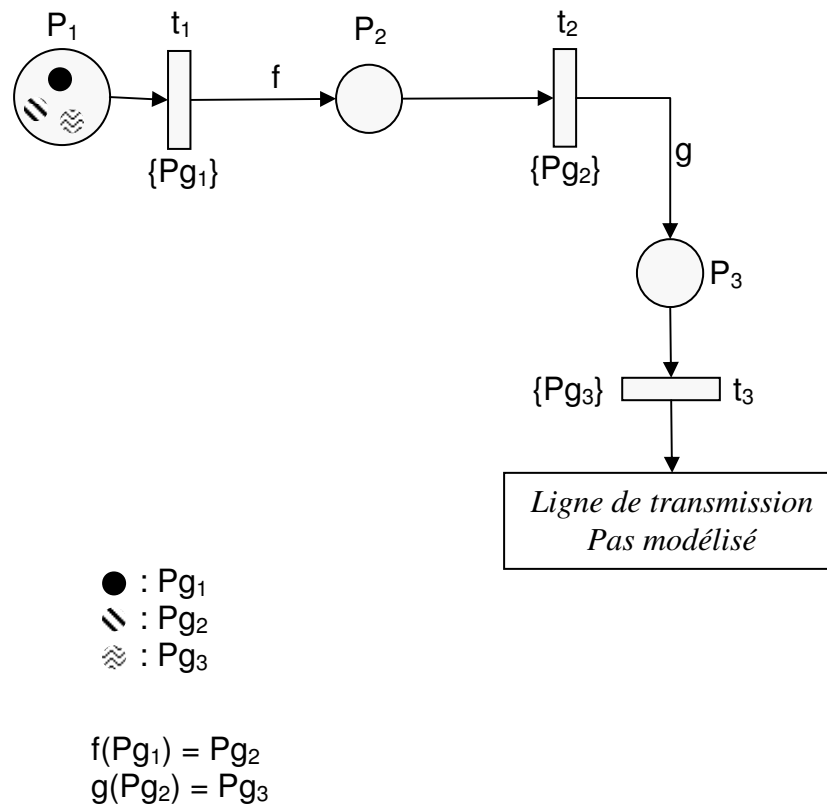
$\text{Csec}(P_2) = \{Pg_2\}$

$\text{Csec}(P_3) = \{Pg_3\}$

$\text{Csec}(t_1) = \{Pg_1\}$

$\text{Csec}(t_2) = \{Pg_2\}$

$\text{Csec}(t_3) = \{Pg_3\}$



**Exercice 04 (4 pts)**

Soit le réseau de Petri temporel suivant :

$RdPT = \langle P, T, Pre, Post, I_s \rangle$

avec :

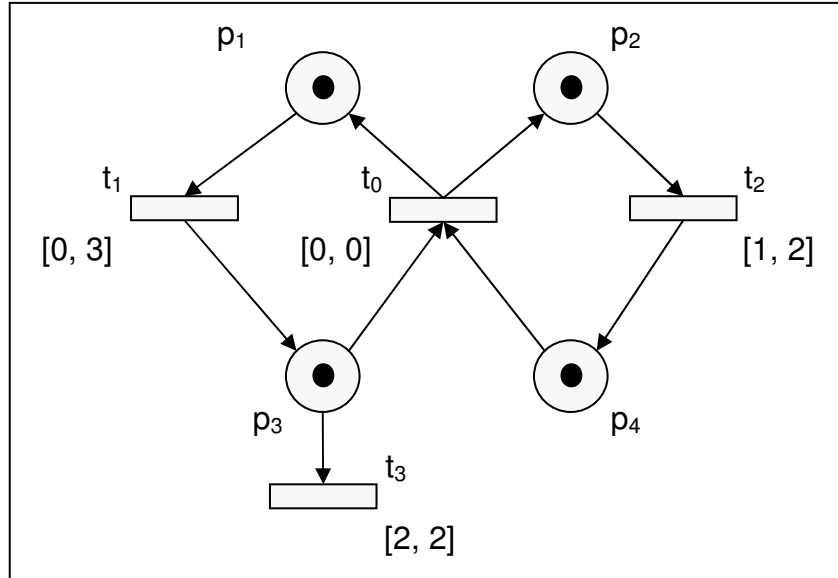
$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$

$T = \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$

$I_s : T \rightarrow I^+$

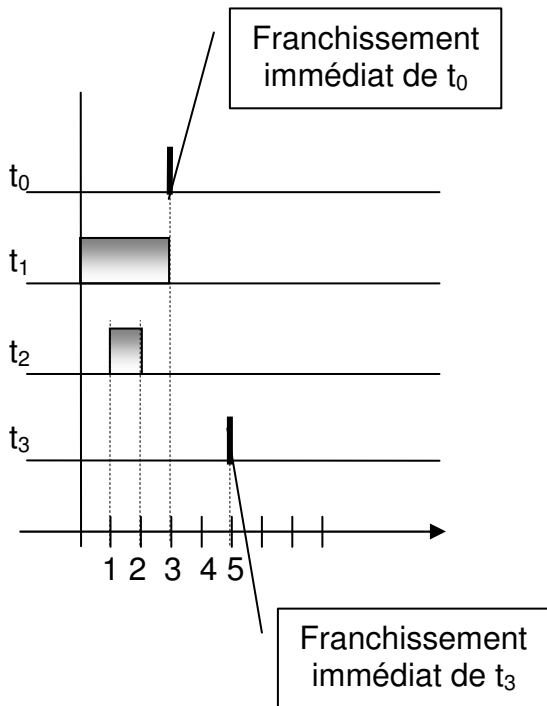
avec :  $I_s(t_0) = [0, 0]$   $I_s(t_1) = [0, 3]$   $I_s(t_2) = [1, 2]$   $I_s(t_3) = [2, 2]$

La représentation graphique de ce réseau est comme suit :



Etablir le graphe de temps montrant les intervalles de franchissement des transitions.

**Correction Exercice 04**



ou

