Durée : 1h30 Le 12/06/2014

Contrôle de rattrapage
Théorie des langages

Questions de cours (5 pts)

1. Dans un automate d'états finis, quand est-ce qu'on dit que deux états 'p' et 'q' sont équivalents ?
2. Est-ce que l'égalité suivante est vraie : L+M = L+N ?
3. Un langage est défini par une seule grammaire ou peut être défini par plusieurs grammaires ?
4. Quand est-ce qu'on dit qu'une grammaire de type 2 (hors-contexte) est une grammaire de type 1 (sous-contexte) ?
5. Donnez l'automate de l'expression régulière suivante : $a^*bc^*(da^*bc^*)^*$

Exercice 01 (4 pts)

Soit l'automate à pile AP = <Q, T, X, δ, 0, z, F> défini comme suit:
X = {a, b, x, z}, Q = {0, 1}, T = {a, b}, F = {1}
La fonction de transitions δ est définie par le tableau:

(q, α)	**δ(q, ε, α)**	**δ(q, a, α)**	**δ(q, b, α)**
(0, ε)	{(0, x)}	{(0, a)}	{(0, b)}
(0, axa)	{(0, x)}	∅	∅
(0, bxb)	{(0, x)}	∅	∅
(0, xz)	{(1, ε)}	∅	∅

1. Dessinez le graphe de transition de cet automate à pile.
2. Quel est le langage généré par cet automate L(AP) ?

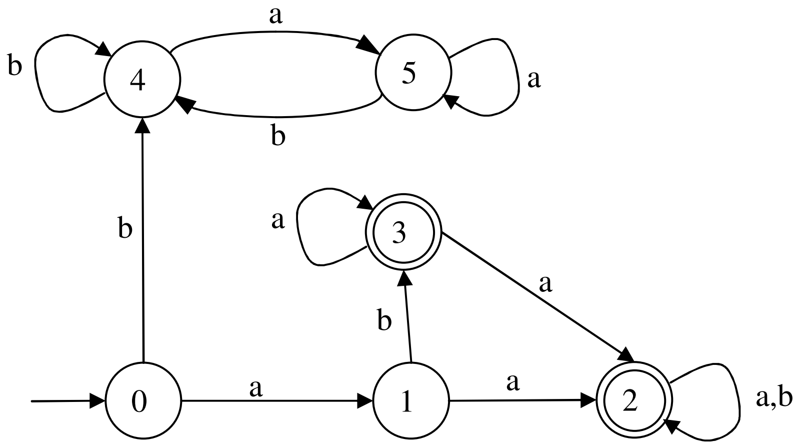
Exercice 02 (5.5 pts)

Soit la grammaire suivante : G = <V_T, V_N, S, R> tel que :
V_T = {if, then, else, statement}
V_N = {S, E}
R = { S → if E then S | if E then S else S | statement, E → formuleBooléenne }

1. Est-ce que cette grammaire est ambigüe ?
2. Proposer une grammaire non ambigüe qui génère le même langage.

Exercice 03 (5.5 pts)

Soit l'automate d'états fini **A = <{0,1,2,3,4,5}, {a,b}, δ, 0, {2,3}>** représenté graphiquement comme suit :



1. Est-ce que cet automate est déterministe, complet ou connecté.
2. Minimisez cet automate.

Bonne chance…

NB: Le corrigé type vous le trouverez sur le site :
http://fac-sciences.univ-batna.dz/cs/enseignants/guezouli_larbi_site/

CORRECTION DU CONTRÔLE DE RATTRAPAGE
THÉORIE DES LANGAGES

Questions de cours (5 pts)

1. Dans un automate d'états finis, quand est-ce qu'on dit que deux états 'p' et 'q' sont équivalents ?

Réponse :
Les deux états 'p' et 'q' sont dits équivalents ssi pour toute chaîne $x \in V^*$, $\delta(p,x) \in F \Leftrightarrow \delta(q,x) \in F$.

2. Est-ce que l'égalité suivante est vraie : L+M = L+N ?

Réponse :
Cette égalité est vraie ssi L+M = L+N si M = N ou bien ($M \subseteq L$ et $N \subseteq L$).

3. Un langage est défini par une seule grammaire ou peut être défini par plusieurs grammaires ?

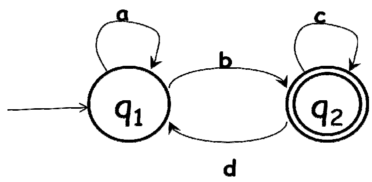
Réponse :
Un langage peut être défini par plusieurs grammaires.

4. Quand est-ce qu'on dit qu'une grammaire de type 2 (hors-contexte) est une grammaire de type 1 (sous-contexte) ?

Réponse :
Toute grammaire de type 2 (hors-contexte) ne contenant pas d'ε-règle ($A \rightarrow \varepsilon$) est une grammaire de type 1 (sous-contexte).

5. Donnez l'automate de l'expression régulière suivante : $a^*bc^*(da^*bc^*)^*$

Réponse :



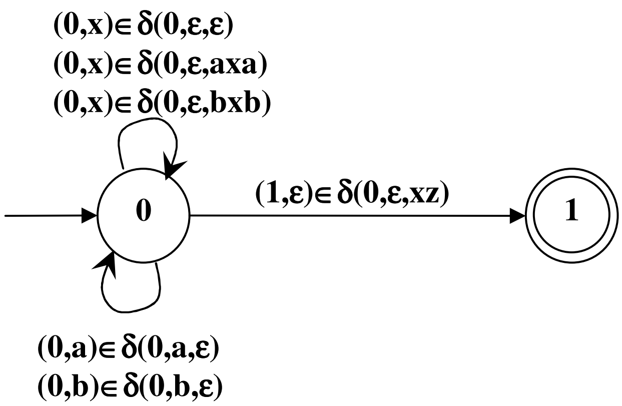
Exercice 01 (4 pts)

Soit l'automate à pile AP = <Q, T, X, δ, 0, z, F> défini comme suit:
X = {a, b, x, z}, Q = {0, 1}, T = {a, b}, F = {1}
La fonction de transitions δ est définie par le tableau:

(q, α)	δ(q, ε, α)	δ(q, a, α)	δ(q, b, α)
(0, ε)	{(0, x)}	{(0, a)}	{(0, b)}
(0, axa)	{(0, x)}	∅	∅
(0, bxb)	{(0, x)}	∅	∅
(0, xz)	{(1, ε)}	∅	∅

1. Dessinez le graphe de transition de cet automate à pile. (2 pts)

Réponse :



2. Quel est le langage généré par cet automate L(AP) ? (2 pts)

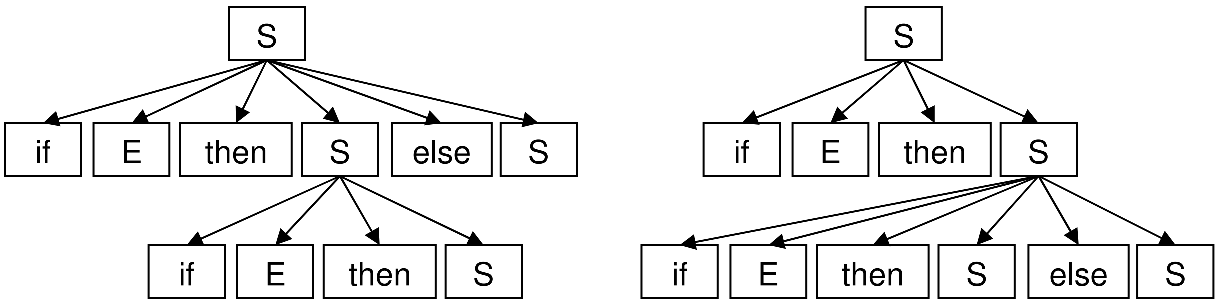
Réponse :
Le langage $L(AP) = \{w\overline{w}\,, w \in T^*\}$
tel que $\overline{w}$ et le miroir de w. (exp. $\overline{abc} = cba$).

Exercice 02 (5.5 pts)

Soit la grammaire suivante : G = <V_T, V_N, S, R> tel que :
V_T = {if, then, else, statement}
V_N = {S, E}
R = { S → if E then S | if E then S else S | statement, E → formuleBooléenne }

1. Est-ce que cette grammaire est ambigüe ? (1.5 pts)

Réponse :
La grammaire G est ambigüe parce que la phrase suivante possède plusieurs arbres de dérivations : if E then if E then S else S

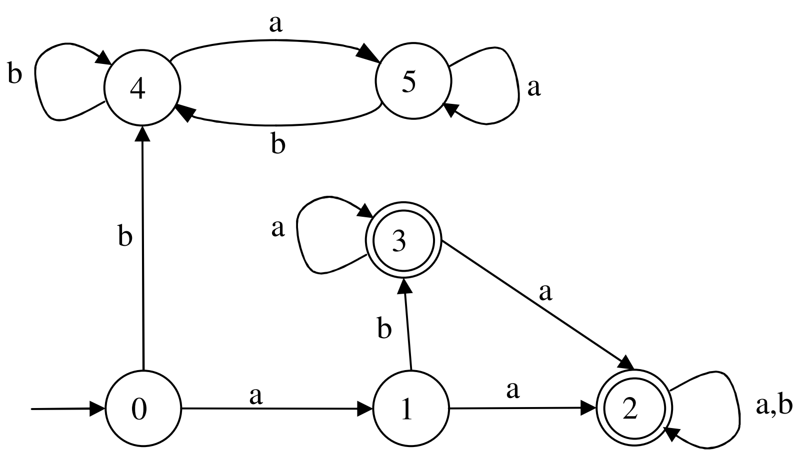


2. Proposer une grammaire non ambigüe qui génère le même langage. (4 pts)

Réponse :
Grammaire non ambigüe G' = <V'_T, V'_N, S, R'> tel que :
V'_T = {if, then, else, {, }, statement}
V'_N = {S, E}
R' = { S → if E then {S} | if E then {S} else {S} | statement, E → formuleBooléenne }

Exercice 03 (5.5 pts)

Soit l'automate d'états fini **A = <{0,1,2,3,4,5}, {a,b}, δ, 0, {2,3}>** représenté graphiquement comme suit :



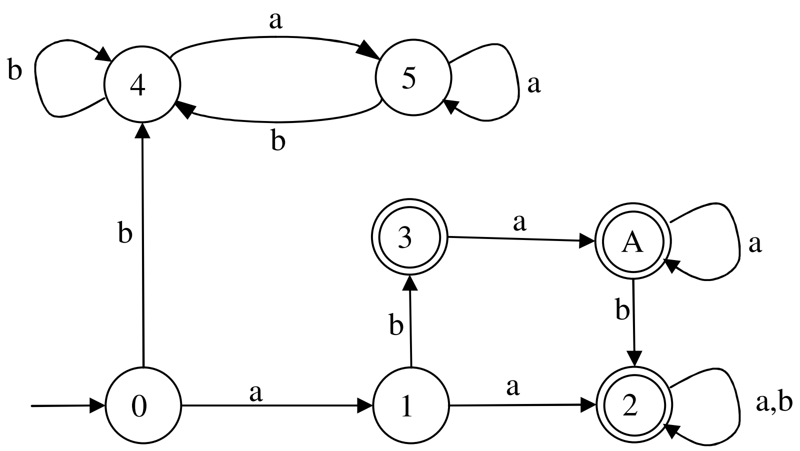
1. Est-ce que cet automate est déterministe, complet ou connecté. (1 pt)

Réponse :
Cet automate est non déterministe, non complet et connecté.

2. Minimisez cet automate. (4.5 pts)

Réponse :
Comme l'automate n'est pas déterministe, il faut le rendre déterministe pour qu'on puisse le minimiser.

	a	**b**
0 (état initial)	1	4
1	2	3
4	5	4
3	{2,3}	∅
2	2	2
5	5	4
A = {2,3} ∈ F	{2,3}	2



Minimisation de l'automate :

	0	1	2	3	4	5	A
A	X	X			X	X	
5	X	X	X	X			
4	X	X	X	X			
3	X	X					
2	X	X					
1	X						
0							

Appliquons la **règle de base** : Si $(p \in F \wedge q \notin F) \vee (p \notin F \wedge q \in F)$ alors p et q ne sont pas équivalents.

Il reste les cases (0,5), (0,4), (0,1), <u>(1,5)</u>, (1,4), <u>(2,A)</u>, (2,3), (3,A), (4,5) vides.

(0,5) (2,3)

(0,4)

Appliquons la **règle par induction** : Si $(r, s) = (\delta(p,a), \delta(q,a))$ et r, s ne sont pas équivalents alors p, q ne sont pas équivalents.

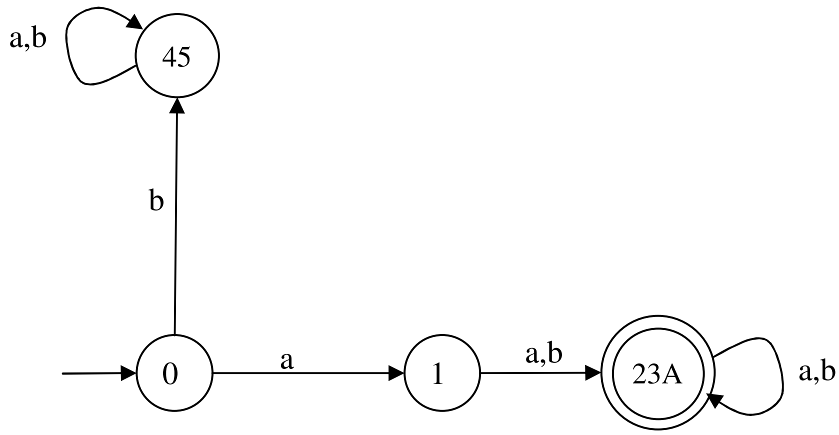
(0,5) : $(\delta(0,a), \delta(5,a)) = (1,5)$ inconnu.
(0,5) : $(\delta(0,b), \delta(5,b)) = (4,4)$ pas d'information.
(0,4) : $(\delta(0,a), \delta(4,a)) = (1,5)$ inconnu.
(0,4) : $(\delta(0,b), \delta(4,b)) = (4,4)$ pas d'information.
(0,1) : $(\delta(0,a), \delta(1,a)) = (1,2)$ non équivalents $\Rightarrow$ (0,1) non équivalents.
(1,5) : $(\delta(1,a), \delta(5,a)) = (2,5)$ non équivalents $\Rightarrow$ (1,5) non équivalents.
(1,4) : $(\delta(1,a), \delta(4,a)) = (1,5)$ non équivalents $\Rightarrow$ (1,4) non équivalents.
(2,A) : $(\delta(2,a), \delta(A,a)) = (2,A)$ Inconnu.
(2,A) : $(\delta(2,b), \delta(A,b)) = (2,2)$ pas d'information.
(2,3) : $(\delta(2,a), \delta(3,a)) = (2,A)$ Inconnu.
(2,3) : $(\delta(2,b), \delta(3,b)) = (2,2)$ pas d'information.
(3,A) : $(\delta(3,a), \delta(A,a)) = (A,A)$ pas d'information.
(3,A) : $(\delta(3,b), \delta(A,b)) = (?,2)$ pas d'information.
(4,5) : $(\delta(4,a), \delta(5,a)) = (5,5)$ pas d'information.
(4,5) : $(\delta(4,b), \delta(5,b)) = (4,4)$ pas d'information.

Les cases (2,A), (2,3), (3,A) et (4,5) restent vides, donc les états 2 et A sont équivalents, 2 et 3 sont équivalents, 3 et A sont équivalents et 4 et 5 sont équivalents.

Nous pouvons maintenant **fusionner** les états 2 et A ensemble, 2 et 3 ensemble, 3 et A ensemble, et 4 et 5 ensemble.

Comme les 3 nouveaux états (2A), (23) et (3A) possèdent tous des états en communs, donc on peut les fusionner aussi pour créer un seul état (23A).

Après fusion:


a,b
45
b
0
a
1
a,b
23A
a,b