

TD N°01

LES LANGAGES

Exercice n°01

Donner les types des grammaires suivantes:

1. $G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow aA, A \rightarrow bA$
2. $G_2 = (\{a\}, \{S, A\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow aA / \epsilon, A \rightarrow aA$
3. $G_3 = (\{a\}, \{S, A\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow aA/a, A \rightarrow Sa$
4. $G_4 = (\{a, b\}, \{S\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow aSb/ab$
5. $G_5 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow aAb/a, A \rightarrow bSa$
6. $G_6 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow aA, Aa \rightarrow aSb$
7. $G_7 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow A/a, aAb \rightarrow S$
8. $G_8 = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D, E, F\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow ABC/cD, A \rightarrow BB / \epsilon, B \rightarrow CC/a, C \rightarrow AA/b, D \rightarrow EA, F \rightarrow bcAB/bc$
9. $G_9 = (\{a, b\}, \{S\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow babbS/babb/a$
10. $G_{10} = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, R)$ où $R: S \rightarrow Ba/Ab, A \rightarrow Sa/AAb/a, B \rightarrow Sb/BBa/b$

Exercice n°02

1. Soit $G_1 = (\{a, b, c\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aS / Sb / c ; aSb \rightarrow Sa / bS\})$

Donner la suite de dérivations permettant de générer la chaîne abbcbbba.

2. Soit $G_2 = (\{a, b\}, \{S, T\}, S, \{S \rightarrow ab / aTSb / b; T \rightarrow bSb / \epsilon\})$.

Montrer que le mot ababbabbb $\in L(G)$.

3. Soit $G_3 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, \{S \rightarrow SA / A ; A \rightarrow a / b / \epsilon\})$.

Les mots ϵ , aaaab et a^2b^3a appartiennent-ils à $L(G)$?

4. Soit $G_4 = (\{0, 1\}, \{S, A\}, S, R)$. $R = \{S \rightarrow 0A1 ; 0A \rightarrow 00A1 ; A \rightarrow \epsilon\}$

Les chaînes ϵ , 00111 et 00001111 appartiennent-elles à $L(G)$?

5. Soit $G_5 = (\{(\,)\}, \{S, A\}, S, R)$. $R = \{S \rightarrow SS ; S \rightarrow (S)/\epsilon\}$

Les chaînes $((\,))$, $((\,)(\,))$, $((\,))(\,)(\,)$ appartiennent-elles à $L(G)$?

Exercice n°03

Donner les langages engendrés par les grammaires suivantes:

1. $G = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, \{S \rightarrow SA / A ; A \rightarrow a / b / \epsilon\})$.
2. $G = (\{0, 1\}, \{S, A\}, S, R)$; $R = \{S \rightarrow 0A1 ; 0A \rightarrow 00A1 ; A \rightarrow \epsilon\}$
3. $G = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, S, R)$; $R = \{S \rightarrow aA ; A \rightarrow aA / bB ; B \rightarrow b\}$
4. $G_2 = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C\}, S, R)$; $R = \{S \rightarrow ABC ; A \rightarrow aA / bA / \epsilon ; B \rightarrow aB / bB / \epsilon ; C \rightarrow cC / \epsilon\}$
5. $G_3 = (\{a, b, c\}, \{S, R, T\}, S, R)$; $R = \{S \rightarrow aRbc / abc ; R \rightarrow aRTb / aTb ; Tb \rightarrow bT ; Tc \rightarrow cc\}$

Exercice n°04

Donner les grammaires générant les langages suivants:

1. $L_1 = \{wa^{|w|} / w \in \{a, b\}^+\}$.
2. $L_2 = \{wcw^R / w \in \{a, b\}^*\}$.
3. $L_3 = \{w \in \{a, b\}^* / |w| \text{ n'est pas un multiple de } 3\}$.
4. $L_4 = \{w \in \{a, b\}^* / w = a^n b^m \text{ et } n \neq m\}$.
5. $L_5 = \{w \in \{0, 1\}^* / |w| = 2p + 1 \text{ et } p \geq 0\}$.

Exercice n°05

Donner les types des langages suivants:

1. $L_1 = \{a^n b^m c^k ; n, m, k \geq 0\}$.
2. $L_2 = \{a^n b^m c^k ; n = m + k\}$.
3. $L_3 = \{a^n b^m c^k ; n > m + k\}$.
4. $L_4 = \{a^n b^m c^m d^{3n} ; n, m \geq 0\}$.
5. $L_5 = \{a^n b^n c^n ; n \geq 1\}$.
6. $L_6 = \{a^m b^m ; m \geq 0\}$.
7. $L_7 = \{w \in \{a, b\}^* / |w| = 2k \text{ et } k \geq 0\}$
8. $L_8 = \{w \in \{0, 1, 2\}^* / w = 0(1212)^+ 1^{p+1} 2^p 0\}$
9. $L_9 = \{x^n a y^n / n \geq 0\} \cup \{x^n b y^n / n \geq 0\}$
10. $L_{10} = \{a^{2^n} / n \geq 0\}$

Exercice n°05

a) Donner des grammaires de types différents pour le langage vide ($L(G) = \emptyset$)

b) Soit $G = (\{0, 1\}, \{S, A, B\}, S, R)$.

$$R = \{S \rightarrow 0A0 / 1B1;$$

$$A \rightarrow 0A0 / \varepsilon;$$

$$B \rightarrow 1B1 / \varepsilon\}$$

1. Donner le type de G ?
2. Donner $L(G)$? Donner le type de $L(G)$?

c) Soit la grammaire $G = (\{a, b, c, d\}, \{S, W, X, Y, Z\}, S, R)$.

$$R = \{S \rightarrow WY / X; W \rightarrow aWb/ab; X \rightarrow aXb/Z; Y \rightarrow cYd /cd; Z \rightarrow bZc /bc\}$$

1. Donner le type de G ?
2. Donner $L(G)$ le langage engendré par la grammaire G ? Donner le type de $L(G)$?