

TP N°02

ARITHMETIQUE

Exercice 1

Quels sont les facteurs premiers communs de 16033248 et 5566176 ?

Exercice 2

Donner le plus grand diviseur commun et le plus petit multiplicateur commun pour les paires suivantes :

(145, 14), (106, 120), (16033248, 5566176).

Exercice 3

Vérifier si les nombres suivants sont des nombres premiers : 0, 7, 15, 2564.

Exercice 4

Combien y a-t-il de nombres premiers entre 150 et 200 ?

Exercice 5

Vérifier si $2^{2^n} + 1$ est un nombre premier pour $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Exercice 6

Soit un ensemble de 24 jetons à séparer en groupes de même taille. Combien d'ensembles de groupes de même taille on peut former ?

CORRECTION TP N°02

ARITHMETIQUE

Exercice 1

Quels sont les facteurs premiers communs de 16033248 et 5566176 ?

Pour cela il faut trouver les facteurs premiers du plus grand diviseur commun.

```
> igcd(16033248, 5566176); ifactor(%);
```

Exercice 2

Donner le plus grand diviseur commun et le plus petit multiplicateur commun pour les paires suivantes :

(145, 14), (106, 120), (16033248, 5566176).

```
> igcd(145, 14); → 1
> igcd(106, 120); → 2
> igcd(16033248, 5566176); → 22176
> ilcm(145, 14); → 2030
> ilcm(106, 120); → 6360
> ilcm(16033248, 5566176); → 4024345248
```

Exercice 3

Vérifier si les nombres suivants sont des nombres premiers : 0, 7, 15, 2564.

```
> isprime(0); → false
> isprime(7); → true
> isprime(15); → false
> isprime(2564); → false
```

Exercice 4

Combien y a-t'il de nombres premiers entre 150 et 200 ?

11 nombres premiers.

```
> nextprime(149);
> nextprime(%);
> ... jusqu'à se qu'on arrive à 199 et on compte au fur et à mesure.
```

Exercice 5:

Vérifier si $2^{2^n} + 1$ est un nombre premier pour $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

```
> N := 2^(2^n)+1;
> n:=1: isprime(N); → true
> n:=2: isprime(N); → true
> n:=3: isprime(N); → true
> n:=4: isprime(N); → true
> n:=5: isprime(N); → false
```

Exercice 6:

Soit un ensemble de 24 jetons à séparer en groupes de même taille. Combien d'ensembles de groupes de même taille on peut former ?

Pour diviser l'ensemble des 24 jetons en groupes de même taille il faut trouver les diviseurs du nombre 24.

Ces diviseurs on peut les trouver en combinant les facteurs premiers du nombre 24.

Donc, il suffit de trouver les facteurs premiers et les combiner comme suit:

> ifactor(24); → $(2)^3(3)$

Donc on peut donner les ensembles de groupes suivants:

2 groupes

2^2 groupes

2^3 groupes

3 groupes

$2 \cdot 3$ groupes

$2^2 \cdot 3$ groupes

$2^3 \cdot 3$ groupes

Ce qui donne 7 ensembles de groupes de même taille.

Correction avec quelques rappels du cours

Ce TP est consacré à l'utilisation des fonctions relatives aux entiers c'est pour ça la première remarque c'est que les fonctions en Maple sont toutes en minuscule, il est donc important de faire attention lors de leur écriture puisque le logiciel Maple différencie les majuscules des minuscules.

Exercice 1

igcd : integer greatest common divisor

ifactor (integer factorization) : retourne la décomposition d'un entier en facteurs premiers

Quels sont les facteurs premiers communs de 16033248 et 5566176?

Pour trouver les facteurs premiers communs de 16033248 et 5566176, il faut trouver les **facteurs premiers** du **plus grand diviseur commun**.

```
[> igcd(16033248, 5566176); ifactor(%);
```

Exercice 2

Donner le plus grand diviseur commun et le plus petit multiplicateur commun pour les paires suivantes:

(145, 14), (106, 120), (16033248, 5566176).

```
[> Igcd(145, 14);           1
[> igcd (106, 120);        2
[> igcd (16033248, 5566176); 22176
[> ilcm(145, 14);          2030
[> ilcm(106, 120);         6360
[> ilcm(16033248, 5566176); 4024345248
```

Remarque : **igcd** et **ilcm**, elles peuvent accepter plusieurs arguments numérique.

igcd (... , ... , ... , .. , ... , ..,.....);

ilcm(... , ... , ... , .. , ... , ..,.....);

Exercice 3

isprime(n) : fonction booléenne vraie si le nombre est premier

Vérifier si les nombres suivants sont des nombres premiers: 0, 7, 15, 2564.

```
[> isprime(0);           false
[> isprime(7);           true
[> isprime(15);          false
[> isprime(2564);        false
```

Exercice 4

Combien y a-t'il de nombres premiers entre 150 et 200?

Nous allons trouver 11 nombres premiers. Pour aboutir à ce résultat, il existe deux méthodes en utilisant la fonction nextprime :

Soit séquentiellement:

```
[> nextprime(149);  
[> nextprime(%);
```

Et ainsi de suite jusqu'à se que nous arrivons au dernier nombre premier qui précède 200 et au fur et à mesure de ce calcul, on fait le compte.

Soit en utilisant la boucle while

```
[> premier_suivant:=nextprime(149): nb_premier:=0:  
while premier_suivant <= 200 do  
  premier_suivant:=nextprime(premier_suivant):  
  nb_premier:=nb_premier+1:  
end do:  
nb_premier;
```

11

Exercice 5

Vérifier si $2^{2^n} + 1$ est un nombre premier pour $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

```
[> N := 2^(2^n)+1;  
[> n:=1: isprime(N);      true  
[> n:=2: isprime(N);      true  
[> n:=3: isprime(N);      true  
[> n:=4: isprime(N);      true  
[> n:=5: isprime(N);      false
```

ATTENTION ! L'addition ou la multiplication est toujours associative, mais la **puissance** n'est jamais associative. On écrira $a^{(b^c)}$ ou $(a^b)^c$, mais pas a^b^c .

Exercice 6

Soit un ensemble de 24 jetons à séparer en groupes de même taille. Combien d'ensembles de groupes de même taille on peut former?

Trouver le nombre d'ensembles de groupes de même taille revient à trouver le nombre de diviseurs du 24. et pour trouver ces diviseurs, il faut trouver les facteurs premiers du 24 et les combiner.

Donc, le nombre possible de combinaisons est le nombre de diviseurs du 24 qui est le nombre d'ensembles de groupes de même taille.

```
[> ifactor(24);  
                (2)3 (3)
```

2 groupes

2^2 groupes
 2^3 groupes
3 groupes
 $2*3$ groupes
 2^2*3 groupes
 2^3*3 groupes

Ce qui donne 7 ensembles de groupes de même taille.